

**El multiplicador keynesiano:  
Los peligros del *ceteris paribus***

Consideremos la ecuación

$$Y = C + I + G \tag{1}$$

Keynes introduce los conceptos de propensión marginal al consumo  $\alpha$  y la define como el porcentaje del consumo con relación a la demanda agregada  $C$ . Esto es,  $C = \alpha Y$ . Análogamente, la propensión marginal de la inversión  $\beta$  se define como el porcentaje de la inversión con respecto al gasto  $G$ . Esto es  $I = \beta G$ . Si reemplazamos  $C$  e  $I$  en (1) obtenemos

$$Y = \alpha Y + \beta G + G \tag{2}$$

La ecuación (2) la reescribimos de la siguiente forma

$$Y(G) = \left( \frac{1 + \beta}{1 - \alpha} \right) G, \tag{3}$$

donde  $0 < \alpha < 1$  y  $0 < \beta < 1$ .

El factor  $\frac{1+\beta}{1-\alpha}$  es conocido como el multiplicador extendido de Keynes y es claro que  $\frac{1+\beta}{1-\alpha} > 1$ .

Desde la visión de Keynes es evidente el efecto expansivo que tiene el gasto público  $G$  sobre la demanda agregada  $Y$ , permitiéndole concluir que un aumento en el gasto  $G$  llevaría a una utilización de todos los recursos económicos y por ende al pleno empleo de los mismos.

El error del razonamiento keynesiano consiste en suponer que los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  son constantes. Es decir, comete el pecado del *ceteris paribus*. Es evidente que las modificaciones en el gasto  $G$  implicarán modificaciones en las propensiones marginales del consumo y la inversión, modificaciones que debido al incremento del gasto público se hacen por la vía de los impuestos, o expansión de la masa monetaria, o el crédito. Y es claro que éstos afectan directamente el consumo y la inversión de los agentes económicos. Por lo tanto tenemos que

$$\alpha = \alpha(G) \text{ y } \beta = \beta(G).$$

En una economía en la cual no se presenta una expansión de los medios de pago, tanto la inversión como el consumo se detraen con un incremento del gasto público. Por consiguiente las funciones  $\alpha(G)$  y  $\beta(G)$  son funciones decrecientes. Concluimos con ello que el multiplicador keynesiano no genera un fenómeno expansivo de la demanda agregada sino contractivo.

Lo que pretendemos demostrar en este artículo es la existencia de un gasto  $G_1$  tal que si  $G > G_1$  la demanda  $Y(G)$  decrece, y lo hace por el deterioro que sufre la inversión.

Es de esperarse que el deterioro que sufre la propensión marginal a la inversión  $\beta(G)$  como consecuencia de un aumento del gasto  $G$  no tiende a estabilizarse y por lo tanto sus variaciones con respecto al incremento del gasto son menores o iguales a una constante  $k < 0$ . Esto es, un aumento exagerado del gasto público puede llegar a destruir completamente la inversión aunque mantenga niveles mínimos de consumo.

Nuestro siguiente paso es mostrar que existe una constante  $G_1$  tal que para todo  $G > G_1$  se tiene que  $\frac{dY}{dG} < 0$  lo cual nos indica el carácter decreciente de la demanda agregada  $Y(G)$ .

De (3) obtenemos que

$$\frac{dY}{dG} = \frac{(1 - \alpha(G)) \left(1 + G \frac{d\beta(G)}{dG} + \beta(G)\right) + \frac{d\alpha(G)}{dG} (G + G \cdot \beta(G))}{(1 - \alpha(G))^2}. \quad (4)$$

Puesto que un aumento del gasto público  $G$  conlleva un decrecimiento de las propensiones marginales del consumo y la inversión, las funciones  $\alpha(G)$  y  $\beta(G)$  son decrecientes y de allí que  $\frac{d\beta(G)}{dG} < 0$  y  $\frac{d\alpha(G)}{dG} < 0$ . Por lo tanto de (4) concluimos que

$$\frac{dY}{dG} \leq \frac{(1 - \alpha(G)) \left(1 + G \frac{d\beta(G)}{dG} + \beta(G)\right)}{(1 - \alpha(G))^2}. \quad (5)$$

Lo que resta por probar es la existencia de un  $G_1 > 0$  tal que

$$1 + G \frac{d\beta(G)}{dG} + \beta(G) < 0, \quad (6)$$

para todo  $G > G_1$ . Lo que nos indicaría, por (5), que  $\frac{dY}{dG} < 0$  y por lo tanto el carácter decreciente de  $Y(G)$ .

En efecto, como lo habíamos anotado, las variaciones de  $\beta(G)$  son negativas para todo  $G$ , ésto es

$$\frac{d\beta(G)}{dG} < k < 0. \quad (7)$$

De (7) y debido a que  $G > 0$  y  $1 + \beta(G) < 2$  para todo  $G$ , concluimos que

$$\begin{aligned} 1 + G \frac{d\beta(G)}{dG} + \beta(G) &< 1 + Gk + \beta(G) \\ &< Gk + 2 \end{aligned} \quad (8)$$

Ahora como  $k < 0$  y  $G > 0$  entonces  $\lim_{G \rightarrow \infty} (Gk + 2) = -\infty$ . Esto significa que existe  $G_1 > 0$  tal que para todo  $G \geq G_1$  se tiene que  $Gk + 2 < 0$ . De lo anterior y la desigualdad (8) concluimos que  $1 + G \frac{d\beta(G)}{dG} + \beta(G) < 0$ , lo cual prueba el caracter decreciente de la demanda agregada  $Y$ .

### Ejemplo 1

Supongamos que  $\alpha(G) = \beta(G) = -\ln G$ . Este ejemplo cumple nuestra hipótesis puesto que  $-\ln G$  es decreciente y  $\frac{d\beta(G)}{dG} \cdot \beta(G) = -1$ . Observemos que  $-\ln G > 0$  cuando  $G \in (0, 1)$ . Para valores de  $G \in (1, \infty)$  se tiene que  $-\ln G < 0$  y tendríamos no el caso de inversión nula sino de desinversión. El caso más calamitoso de una economía. Nuestra función de demanda agregada viene dada por

$$Y(G) = \left( \frac{1 - \ln G}{1 + \ln G} \right) G \quad (9)$$

Tenemos el siguiente cuadro

Gasto público	Propensión a la inversión	Demanda agregada
0.4	0.916 29	9. 156 9
0.5	0.693 15	2. 758 9
0.6	0.510 83	1. 853 1
0.7	0.356 67	1. 476 2
0.8	0.223 14	1. 259 6
0.9	0.105 36	1. 112 0
1.0	0.0	1.0
1.1	-0.095 31	0.908 56
1.2	-0.182 32	0.829 9
1.3	-0.262 36	0.759 63
1.4	-0.336 47	0.695 07
1.5	-0.405 47	0.634 52

De la tabla anterior concluimos que el crecimiento del gasto público  $G$  siempre conlleva un decrecimiento de la demanda agregada  $Y$ , aún en los casos más catastróficos en los que se presentan destrucción de la renta global.

### Ejemplo 2

Supongamos que  $\alpha(G) + \beta(G) = 1$ , con  $\alpha(G) = -\ln G$ . En este caso la ecuación (3) toma la siguiente forma:

$$Y(G) = \left( \frac{2 + \ln G}{1 + \ln G} \right) G. \quad (10)$$

Entonces tenemos la siguiente tabla

Gasto público	Propensión al consumo	Demanda agregada
0.4	0.916 29	5. 178 4
0.5	0.693 15	2. 129 4
0.6	0.510 83	1. 826 6
0.7	0.356 67	1. 788 1
0.8	0.223 14	1. 829 8
0.9	0.105 36	1. 906 0
1.0	0.0	2.0

En la tabla anterior vemos como a medida que el gasto público aumenta, la propensión marginal al consumo decrece y la demanda agregada también decrece. También observamos que cuando la propensión al consumo se aproxima

a cero, hay un repunte del crecimiento de la demanda agregada que sin dudas se debe al incremento de la propensión marginal de la inversión.

Hemos sido testigos en la vida real de los desastres que las políticas keynesianas le han traído a los países. En este artículo hemos visto las mismas catástrofes desde la misma visión teórica de Keynes. Sin lugar a dudas, el gran error keynesiano proviene del uso del *ceteris paribus* tan usado por los economistas. Finalmente, no creo que sin el uso de argumentos matemáticos hubiese sido posible develar la trampa del multiplicador keynesiano.